

# 雨量站网测量精度的评估

孙大利<sup>1, 2</sup> 刘晓阳<sup>1</sup> 王久珂<sup>3</sup> 何思远<sup>1, 4</sup>

(1 北京大学物理学院大气与海洋科学系, 北京 100871; 2 中国人民解放军91395部队, 北京 100243;

3 国家海洋环境预报中心, 北京 100081; 4 白城兵器试验中心, 白城 137001)

**摘要:** 抽站法和经验公式法是目前比较常用的两种雨量站网规划方法, 这两种方法最终可以确定允许误差和布站精度之间的关系, 但允许误差实际上是相对偏差, 真正的允许误差应当是相对偏差与现有最密雨量站网测量误差的累加, 而现有最密雨量站网的测量精度目前无法进行评估。针对这一问题, 本文把独立同分布中心极限定理引入雨量站网的规划, 通过对模拟降水场的分析计算, 可以对现有最密雨量站网的面雨量测量精度进行评估。利用安徽省2005—2008年梅雨季节降水数据, 统计得出安徽省现有雨量站网面雨量的测量误差在平原和山区分别约为6%~10%和8%~13%。

**关键词:** 雨量站网, 规划, 抽站法

DOI: 10.3969/j.issn.2095-1973.2015.05.006

## Research on the Measurement Precision of the Rain-Gauge Networks

Sun Dali<sup>1, 2</sup>, Liu Xiaoyang<sup>1</sup>, Wang Jiuke<sup>3</sup>, He Siyuan<sup>1, 4</sup>

(1 Department of Atmospheric and Oceanic Sciences, School of Physics, Peking University, Beijing 100871

2 91395 PLA Troops, Beijing 102443 3 The National Marine Environment Forecast Center, Beijing 10081 4 Baicheng

Ordnance Test Center, Baicheng 137001)

**Abstract:** Reducing the rain-gauge Stations Method and Formula Method is more and more commonly used to design rain-gauge networks. The relationship between relative error (permissible error) of a real rainfall and Rain-gauge networks density can be determined by them. In fact, relative permissible error is relative deviation, The real permissible error is the sum of relative deviation and relative error of the most densely Rain-gauge networks, and it cannot be assessed currently. To solve this problem, a method is obtained from Levy-Lindeberg Theorem theoretically. Based on simulated rainfall fields and high-density rainfall data during Meiyu season in Anhui Province, the measurement precision of the most densely rain-gauge networks is assessed by the Method. We calculated 2005-2008 rainfall data during Meiyu season in Anhui Province and concluded that relative error of the most densely rain-gauge networks is 6%-10% in Huaibei Plain, 8%--13% in the mountains of southern Anhui Province.

**Keywords:** rain-gauge networks, design, reducing the rain-gauge stations method

### 0 引言

雨量计是测量降水最直接有效的工具, 测量精度高, 但测量仅限于点上, 对于一定范围来讲, 则因为雨量站密度的影响而缺乏代表性。随着自动化探测技术的提高, 气象水文部门建起了加密自动雨量站网, 雨量站网的设计需考虑两方面的因素, 一是精度, 二是成本, 所以, 科学合理地规划和优化雨量站网, 获取尽可能真实的降水场, 意义十分重大。国内外, 从20世纪60年代开始研究雨量站网的规划问题, 提出和发展了很多研究方法, 有模拟近似法<sup>[1-4]</sup>、相关系数

法<sup>[5]</sup>、有积差法、锥体法、暴雨中心法、抽站法<sup>[6]</sup>, 以及经验公式法等<sup>[7]</sup>, 但由于降雨过程的随机性以及地形分布的复杂性, 导致目前还没有一种通用或固定的布设方法。

目前, 随着加密自动站的大范围布设, 抽站法和经验公式法在我国得到了广泛的应用, 1981—1994年, 原水电部水文司等单位在江西省开展了梅雨区雨量站网密度实验研究, 确认抽站法是一种稳定、合理的分析方法, 简明直观、理论依据较强<sup>[8]</sup>, 并把此方法列入了《水文站网规划技术导则》, 而经验公式法也是以抽站法为基础的<sup>[7, 9]</sup>。抽站法是利用雨量站网稠密地区的全部降雨资料计算面雨量的近似真值, 然后逐步抽取一部分雨量站值, 计算面雨量及其误差, 寻求降水场测量误差(允许误差)与布站精度之家关系的方法, 抽站法中的“误差”是相对于全部雨量站

收稿日期: 2014年7月30日; 修回日期: 2014年9月17日  
第一作者: 孙大利(1979—), E-mail:sundl6078@163.com  
通信作者: 刘晓阳(—), E-mail:xylu@pku.edu.cn  
资助信息: 国家自然科学基金项目(41075011和41375025);  
公益性行业(气象)科研专项(GYHY201006037)

参加计算得到的,雨量站无限加密不现实,所以,抽站法和经验公式法中常用的允许误差实际上是相对于雨量站最密情况下的误差,而不是相对于面雨量真值的误差,因此,严格的意义上只能称为相对偏差,在不考虑雨量自身测量误差的前提下,真正的面雨量测量相对误差应当是相对偏差(允许误差)以及最密雨量站网的面雨量测量误差两者的累加,目前无法对现有最密雨量站网的面雨量测量误差进行评估。

本文把独立同分布中心极限定理引入雨量站网的规划,得到了面雨量测量允许误差与布站精度的关系,在此基础上,推导了面雨量测量的相对误差、相对偏差及雨量站网自身测量误差间的关系,最终用于对现有最密雨量站网的面雨量测量精度进行评估。

## 1 使用资料说明

本文所使用的资料包括两部分,一是实测降水场资料,来自安徽省2005—2008年梅雨期间雨量站的小时测量数据,安徽省现有雨量站1165个,平均站间距11~12km,雨量站分布如图1所示,矩形框所示区域为后续结果验证及统计计算选定的两个区域,区域一位于淮北平原,区域二位于皖南山区;二是模拟降水场资料,模拟降水场可以回避雨量计自身测量误差,同时模拟降水场可以设定为高分辨率,可更好地满足抽站条件。利用模拟降水场进行验证分析,首先要统计降水分布规律,对安徽省2005—2008年所有梅雨季节降水数据进行统计,发现梅雨期降水概率在空间上与小时降水量(降水强度)呈现很好的伽玛分布关系:

$$P(x) = 0.314x^{-0.6324}e^{-0.2663x} \quad R = 0.9922 \quad (1)$$

式中,  $x$  为雨量,  $P(x)$  为  $x$  大小的降水出现的概率,  $R$  为拟合复相关系数。

对梅雨期间不同年份,不同月份或不同的降水过程进行统计,降水场的空间分布特征都符合  $\gamma$  分布,即无论是年雨量、月雨量、单次雨量还是小时雨量(雨强),雨量的大小与相应雨量出现的频率都呈现

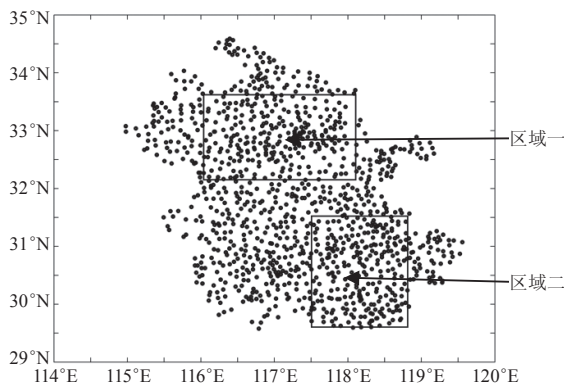


图1 安徽省雨量站分布

很好的伽玛分布关系,其相关系数都在0.98以上,只是拟合系数在10%以内变化。

## 2 理论推导

### 2.1 独立同分布中心极限定理引入雨量站网规划

在数理统计中,有独立同分布的中心极限定理<sup>[10]</sup>:

设  $\{X_n\}$  是独立同分布的随机变量序列,且期望  $E(X_n) = \mu$ , 方差  $\text{Var}(X_n) = \sigma^2$ , 则随机变量

$$Y^* = \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_n) - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \quad (2)$$

的分布函数  $F_n(y)$  对于任意  $y$  满足

$$\lim_{n \rightarrow \infty} F_n(y) = \lim_{n \rightarrow \infty} (Y^* \leq y) = \int_{-\infty}^y \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (3)$$

在客观实际中有许多随机变量,它们是由大量的相互独立的随机因素的综合影响所形成的,而其中每一个别因素在总的影响中所起的作用都是微小的,这种随机变量往往近似地服从正态分布。

$\{X_n\}$  作为独立同分布的随机变量序列是独立同分布中心极限定理成立的前提,对于一个固定的站点,一个雨量计多次随机测量一次降水或多次降水得到的测量值是相互独立的。大气中一种结构(比如云团)移动经过一个地点时,空间上的自相似结构转化成了时间变化的自相似结构<sup>[11]</sup>。这与泰勒的“冰冻湍流假设理论”是一致的。考虑到时空的可置换性和相关性,那么某一区域的多个雨量站测量一次或多次降水得到的测量值也同样是独立的随机变量序列,式

(1)的结果证明了  $\{X_n\}$  随机变量符合同分布条件。

$X_1 \sim X_n$  可以认为是选定的区域内  $n$  个雨量站的测量值,期望  $\mu$  是这个区域内所有雨量站测量值的平均值,  $\sigma$  为雨量站测量值的均方差。

将式(2)分子分母同除以  $n$ , 得到

$$Y^* = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i) - n\mu}{\sigma \frac{1}{\sqrt{n}}} \quad (4)$$

式中,分子是面雨量测量值和真值之间的偏差,由独立同分布中心极限定理,  $Y^*$  满足正态分布,根据式(2)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{\sum_{i=1}^n (X_i) - n\mu}{\sigma \frac{1}{\sqrt{n}}} \leq y \right) = \int_{-\infty}^y \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (5)$$

令

$$A = \left[ \frac{\sum_{i=1}^n (X_i) - n\mu}{\sigma \frac{1}{\sqrt{n}}} \right]$$

则  $\frac{A}{\sigma \frac{1}{\sqrt{n}}}$  满足  $N(0, 1)$  标准正态分布。需要注意的是, 偏差  $A$  是包含符号的, 如果对于不同的  $A$  做平均, 正负偏差会相互抵消, 即  $A$  的期望为 0。所以, 如果要研究偏差的变化, 要对  $A$  取绝对值, 但  $A$  取绝对值后,  $\frac{|A|}{\sigma \frac{1}{\sqrt{n}}}$  不再是标准正态分布, 而是将其概率密度函数  $x$  轴负半轴部分以  $y$  轴为对称轴翻转到  $x$  正半轴并与正半轴的  $y$  值相加后得到的分布。

令

$$\left( \frac{|A|}{\sigma \frac{1}{\sqrt{n}}} \right) = \lambda \quad (6)$$

实际上, 可以求出  $\lambda = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}$ 。

最终, 定义一个区域的面雨量相对误差

$$\overline{R_e} = \frac{|A|}{\mu} = \frac{\lambda \sigma}{\mu \sqrt{n}} \quad (7)$$

式中,  $\mu$  为雨量站测量值的期望, 可认为是平均面雨量的真值, 实际应用中, 用测量值的平均值代替,  $n$  为面积  $S$  的区域中的雨量站个数, 在气象上, 雨量站的分布比较均匀, 假定一个雨量站控制的面积为正方形, 可以定义两两雨量站之间距离的平均值 (以下称为平均站间距)  $r$ , 则  $s = nr^2$ , 式 (7) 又可以写成,

$$\overline{R_e} = \frac{\lambda \sigma}{\mu \sqrt{S}} r \quad (8)$$

由式 (7) 和 (8) 可以得出, 对于一固定大小的区域, 面雨量测量的相对误差与平均站间距成正比。

需要说明的是: ①独立同分布的中心极限定理成立还有一个前提, 即  $n$  足够大, 实际应用中, 一般大于 30, 就可以利用定理作近似计算<sup>[12]</sup>; ②上述推导过程中, 一直用到相对误差的概念, 这主要是延续以前研究人员的一个习惯, 确切的说应该是“相对偏差”, 它与真正的相对误差的差异是计算过程中用雨量站的测量值代替区域面雨量的真值造成的, 而它们之间的差异是本文研究的核心内容之一。

## 2.2 相对误差与相对偏差的关系——现有雨量站网面雨量测量精度的评估

假设存在一个无限密集雨量站网  $A$ , 其平均站间距为 0; 实际具有的最密集雨量站网  $B$ , 在  $B$  中随机抽取一个雨量站网  $C$ 。对于某一次降水,  $C$  相对于  $A$  的面雨量测量误差为  $R_{CA}$ ,  $C$  相对于  $B$  的面雨量测量误差为  $R_{CB}$ ,  $B$  相对于  $A$  的面雨量测量误差为  $R_{BA}$ 。在不考虑雨量计自身测量误差的境况下,  $R_{CB}$  实际上是任意雨

量站网面雨量测量的相对偏差,  $R_{CA}$  是其面雨量测量的相对误差, 而  $R_{BA}$  是目前所具有的最密的雨量站网面雨量测量的相对误差。即

$$R_{CA} = \frac{\mu_C - \mu_A}{\mu_A} \quad (9)$$

$$R_{CB} = \frac{\mu_C - \mu_B}{\mu_B} \quad (10)$$

$$R_{BA} = \frac{\mu_B - \mu_A}{\mu_A} \quad (11)$$

式中,  $\mu_A$ ,  $\mu_B$  和  $\mu_C$  分别为  $A$ ,  $B$  和  $C$  某一次降水的面雨量测量值, 实际上  $\mu_A$  为此次降水面雨量的真值。

根据式 (8), 可得

$$R_{CA} = k_1 r \quad (12)$$

$$R_{CB} = k_2 r + b \quad (13)$$

式中,  $k_1$  和  $k_2$  分别为测量相对误差和相对偏差与平均站间距的关系系数,  $r$  为平均站间距,  $b$  为截距。

联立式 (9) ~ (13), 可得

$$R_{BA} = \frac{1 \pm k_1 r}{1 \pm (k_2 r + b)} - 1 \quad (14)$$

假定雨量站网  $B$  的平均站间距为  $r_0$ , 根据相对误差 (偏差) 的定义, 抽取雨量站网  $B$  中的所有雨量站时, 那么面雨量测量相对于雨量站网  $B$  的误差 (偏差) 为 0, 即当  $r = r_0$  时,

$$R_{CB} = k_2 r_0 + b = 0 \quad (15)$$

式中,  $k_1$  无法直接通过计算获得,  $k_2$  可以通过抽站法获得, 也可以通过式 (8) 直接得到。

为了求得  $k_2$  的变化规律, 采用模拟降水场资料进行统计计算。模拟降水场利用安徽省梅雨期间降水场空间分布规律 (即式 (1)) 随机得到, 其格点分辨率设为 0.5km, 区域大小为 200km × 200km, 即此区域有 160000 个格点, 一个格点相对于一个雨量站, 此区域有 160000 个雨量站。具体计算方法是, 在此区域内取不同密度的雨量站网作为“最密”雨量站网, 在此基础上应用式 (8) 求取面雨量测量相对误差 (偏差) 随雨量站网密度 (平均站间距) 关系系数, “最密”雨量站网的采用均匀抽站方式获得。图 2a 和 2b 是对一个随机模拟降水场统计计算的结果, 体现了关系系数的均方差及相关系数极差随平均站间距的变化情况。可以看出, 关系系数的均方差和极差随平均站间距呈增长趋势, 且在一定的范围内, 关系系数的波动和极差很小。图 3a 和 3b 给出的是对 100 个随机模拟的降水场统计计算的平均情况, 发现关系系数的均方差和极差随平均站间距的变化更加稳定, 同样说明了上述结论。

如图 4 所示, 在平均站间距小于 25km 时, 得到测量相对误差 (偏差) 与平均站间距的关系系数稳定

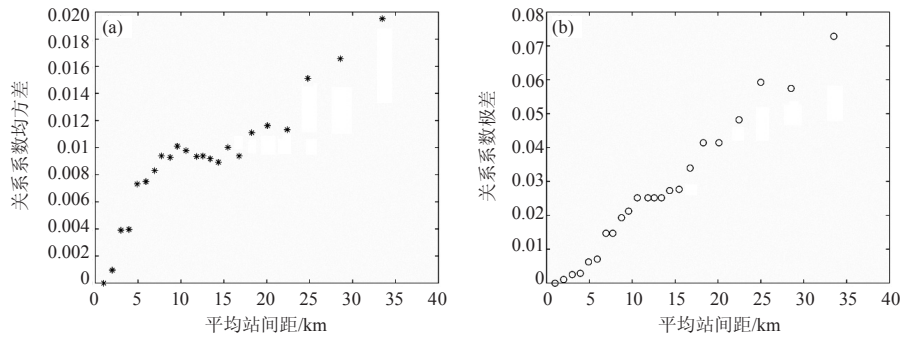


图2 利用模拟降水场得到的关系系数均方差 (a) 和极差 (b) 随平均站间距 (雨量站网密度) 的变化情况

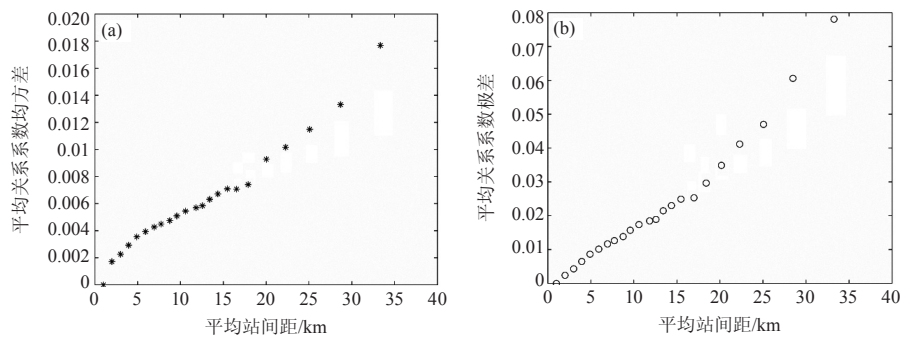


图3 利用模拟降水场得到的关系系数均方差 (a) 和极差 (b) 随平均站间距 (雨量站网密度) 的平均变化情况

在0.61~0.69, 其平均均方差为0.012, 平均极差为0.058; 当平均站间距为15km时, 平均极差在0.03左右, 也就是说当平均站间距小于15km时, 取任一雨量站网, 它们面雨量相对误(偏)差随平均站间距变化的关系系数在±0.03间波动, 用 $k_2$ 代替 $k_1$ 产生的误差不足5%, 所以在一定范围内, 可以认为不同“最密”雨量站网的面雨量测量相对误差(偏差)与雨量站网密度(平均站间距)的关系系数大约相等。

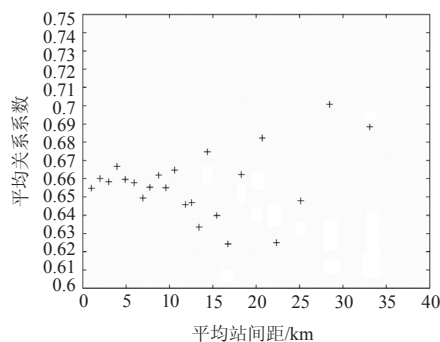


图4 利用模拟降水场得到的平均关系系数随平均站间距 (雨量站网密度) 变化的散点图

把 $r=r_0$ 、式(7)及 $k_1 \approx k_2$ 带入式(14)得到

$$R_{BA} \approx \pm k_2 r_0 = \pm b \quad (16)$$

式(16)说明, 一个雨量站网的面雨量测量相对误差实际上约等于式(13)中的截距项, 如图5所示, 此截距项是由于计算时把最密雨量站雨量站网的面雨量测量值当做面雨量真值造成的, 在一

定范围内, 用相对偏差代替相对误差所造成的差异是微小的。图5中的相对误差即是平均站间距为 $r$ 的雨量站网面雨量测量的相对误差, 相对偏差是可以得到的, 当估测误差与相对偏差相比是一个小量时, 可以用相对偏差近似代替相对误差, 来实现对现有雨量站网面雨量测量精度的评估。例如, 通过对上述方法对模拟降水场的分析计算, 假定现有的最密雨量站平均站间距 $r_0=15\text{km}$ , 其面雨量的测量相对偏差为 $15 \times 0.64\% = 9.6\%$ , 评估相对误差为 $15 \times 0.03\% = 0.45\%$ , 所以可以认为此现有最密雨量站网的面雨量测量误差为9.6%。而以此雨量站网为基础应用抽站法得到的相对偏差与雨量站网的平均站间距(雨量站网密度)之间的关系, 可以近似认为是相对误差(允许误差)与平均站间距(雨量站网密度)的关系。

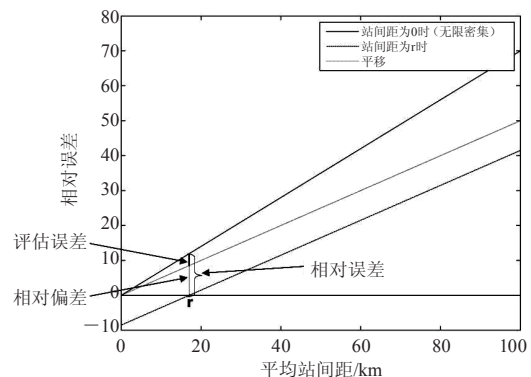


图5 评估现有雨量站网面雨量测量精度示意

### 3 实例分析

对2005—2008年安徽省梅雨季节降水按图1所示区域（分为稳定性降水和混合型降水）分别进行统计，图1中的区域一（平原）的面雨量测量相对误差与平均站间距的关系系数范围为0.49~0.8，其中稳定性降水在0.49~0.65，混合型降水在0.67~0.8；区域二（山区）的系数范围为0.7~1.41，其中稳定性降水在0.7~0.91，混合型降水在1.1~1.41。图6中， $r_0$ 表示安徽省目前雨量站网的平均站间距，在平原地区（区域一）约为12km（图6a所示），山区（区域二）约为11km（图6b所示），粗实线表示的是安徽现有雨量站网在平原和山区的面雨量测量误差的范围，那么应用式（16）可以得出，对于梅

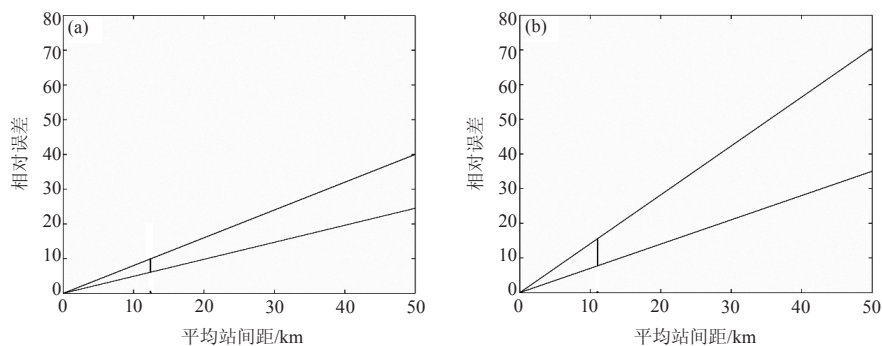


图6 安徽省现有雨量站网在平原（a，区域一）和山区（b，区域二）的面雨量测量精度

### 4 结论与讨论

1) 由独立同分布中心极限定理可以得到：某一区域的面雨量的测量误差与雨量站密度（平均站间距）呈线性关系，其误差增长斜率由降水场的变系数及区域面积决定。

2) 对于一个雨量站网，可以由独立同分布中心极限定理得出的结论求得面雨量的测量误差与平均站间距的关系系数，已知雨量站网的最小平均站间距，则可以对此雨量站网的面雨量测量精度进行评估。

3) 在抽站法和经验公式法中把相对偏差当做相对误差（允许误差）处理，在一定范围内是可行的，对于不同区域其范围不同，具体大小要通过对该区域进行长时间气候统计得到。

4) 安徽省现有雨量站网面雨量的测量误差在平原和山区分别约为6%~10%和8%~13%，参照雨量计测量降水自身的误差，对于区域面雨量的测量，目前的布站密度是合理的，不需要再加大布站密度。

5) 本文得到的结论，需要两个前提条件，一是只针对区域面雨量，二是针对某区域气候平均状况，而不是针对某一次降水。

6) 文中只用到2005—2008年4年的降水资料，需

要补充更长时间的资料进行统计分析。

雨期降水，安徽省现有雨量站网面雨量的测量误差在平原和山区分别约为6%~10%和8%~13%。

国内外普遍认为，用雨量计测量降雨，其系统误差可达5%~15%，任芝花等<sup>[13]</sup>应用了30站7年的降水资料统计出中国降雨测量的平均相对误差为4.34%~15.28%。考虑到雨量计本身的测量误差，对于一定区域内的面雨量测量而言，雨量站网的测量精度在15%以内，则认为是合理的。安徽省的降水大部分是稳定性降水和混合型降水，所以，目前的雨量站网可以满足测量精度的要求，其分布是合理的，而在此基础上再对雨量站网进行加密，对于区域面雨量的测量精度不会有实质性的提高。

#### 参考文献

- [1] Bras RF, Rodriguez-Iturbe. Network design for the estimation of areal mean rainfall events. *Water Resources Research*, 1976, 12: 1185-1195.
- [2] Hughes JP, Lettenmaier DP. Data requirements for Kriging: estimation and network design. *Water Resources Research*. 1981, 17: 1641-1650.
- [3] Bastin G, Lorent B, Duque C, et al. Optimal estimation of the average areal rainfall and optimal selection of rain gauge locations. *Water Resources Research*, 1984, 20: 463-470.
- [4] Bogardi I, Bardossy A. Multi-criterion network design using geostatistics. *Water Resources Research*, 1985, 21: 199-208.
- [5] Serehdarna K E. Design of rain gauge network for the Chaliyar River Basin using spatial correlation technique. *Journal of the Institution of Engineers (India)*, Part CI: civil engineering division, 1983, 64: 170-174.
- [6] 崔泰昌. 雨量站网密度分析几种方法之比较. *山西水利*, 2002, (S1): 48-49.
- [7] 舒大兴, 韩金山. 山洪灾害监测雨量站网密度分析探讨. *水文*, 2011, 31: 64-67.
- [8] 水利部水文司. 水文站网规划技术导则. 北京: 水利电力出版社, 1992: 9.
- [9] 刘权授, 张桂娇, 王国栋, 等. 江西雨量站网密度公式. *水文*, 1997, 17(Z1): 10-15.
- [10] 盛骤, 谢式千, 潘承毅. 概率论与数理统计. 北京: 高等教育出版社, 1989: 134-135.
- [11] 丑纪范. 大气科学中的非线性与复杂性. 北京: 气象出版社, 2002: 18-20.
- [12] 徐姿奕, 汪四水. 独立同分布中心极限定理的应用. *山西大同大学学报(自然科学版)*, 2007, 23(1): 12-14.
- [13] 任芝花, 王改利, 邹风玲, 等. 中国降水测量误差的研究. *气象学报*, 2013, 61(5): 621-626.