

湿有效能量层结分量计算 和斜压分量判定的简化及其应用

李开元¹ 李任承¹ 霍英¹ 刘娜静¹ 高万泉² 高霞³

(1 中国气象局气象干部培训学院河北分院, 保定 071000; 2 保定市气象台, 保定 071000;
3 唐山市气象台, 唐山 063000)

摘要: 根据大气运动方程组, 引入了单位质量气块的总能量在气压场非定常情况下和定常情况下, 两种不同表达式, 对湿有效能量 (MAE) 的“参考状态”再讨论, 省却了对“参考气压”的繁琐计算; 将湿有效能量分解为“层结分量”和“斜压分量”两部分, 提出了MAE及其层结分量和斜压分量新的收支方程; 提出了“有限气柱内平均单位质量气块的层结分量”计算方法和若干计算实例以及斜压分量强度的判定方法。MAE的层结分量与位势不稳定能量相对应, 计算表明: 抬升作用和负变压使层结分量迅速增强。有限气柱内单位质量气块的层结分量通常与对流有效位能 (CAPE) 呈正相关关系, 但二者性质不同。邢台2016年7月19日夜至20日凌晨遭受百年一遇的特大暴雨, 分析表明: 大尺度环流背景、天气尺度系统的发展制约和运行、有利的地形条件、充足的水汽供应和能量输入, 促成湿有效能量大量集中释放, 是“邢台7.19暴雨”发生的重要原因。

关键词: 湿有效能量, 参考状态, 层结分量, 斜压分量, 对流有效位能, 邢台7.19暴雨

DOI: 10.3969/j.issn.2095-1973.2022.03.006

Simple Calculation of Stratification Component and Determination of Baroclinic Component Strength about Moist Available Energy and Its Application

Li Kaiyuan¹, Li Rencheng¹, Huo Ying¹, Liu Najing¹, Gao Wanquan², Gao Xia³

(1 Hebei Branch of CMA Training Centre, Baoding 071000 2 Baoding Meteorological Observatory, Baoding 071000
3 Tangshan Meteorological Observatory, Tangshan 063000)

Abstract: According to the equations of atmospheric motion, the total energy per unit mass of air block under the case of unsteady and steady pressure field, two different expressions are introduced to discuss the “reference state” of moist available energy (MAE), which saves the tedious calculation of “reference pressure”. MAE is divided into two parts: “stratification component” and “baroclinic component”, and a new budget equation of MAE and its stratification component and baroclinic component is proposed. The calculation method of “stratification component of average unit mass gas block in finite gas column”, some calculation examples and the determination method of baroclinic component strength are proposed. The stratification component of MAE corresponds to the potential instability energy. The calculation shows that the stratification component is rapidly enhanced by uplift and negative pressure. The stratification component of a unit mass gas block in a finite gas column usually has a positive correlation with the convective available potential energy (CAPE), but their properties are different. From the night of 19 July 2016 to the early morning of 20 July 2016, Xingtai suffered a once-in-a-century rainstorm. The analysis shows that the large-scale circulation background, the development constraints and operation of the weather scale system, favorable terrain conditions, sufficient water vapor supply and energy input contributed to the large-scale centralized release of wet effective energy, which is an important reason for the “torrential rain in Xingtai on 19 July 2016”.

Keywords: MAE, reference state, stratification component, baroclinic component, convective available potential energy, torrential rain in Xingtai on 19 July 2016

0 引言

Lorenz^[1-3]把水汽潜热作为大气内能的一部分, 发

现能对大气环流的维持得到更为满意的解释, 他把新的有效位能称为“湿有效能量 (MAE)”, 把不考虑水汽的有效位能称为“干有效能量 (DAE)”。谢义炳^[4-5]指出有效位能的观点应扩充到湿斜压大气, 即湿有效位能; 有效位能的现代理论虽然考虑整个大气, 但是

收稿日期: 2021年1月25日; 修回日期: 2021年9月27日
第一作者: 李开元(1989—), Email: liyuan321@hotmail.com
通信作者: 李任承, Email: bdqxxlrc@126.com

在一般天气分析预报中应用时，却只考虑有限空间；大面积降水（尤其是暴雨）就是湿斜压大气有效位能的释放（转换）问题。“谢义炳先生在开放系统中引入湿有效位能的概念，为大气能量学的研究指出了新的方向”^[6]。

为了将湿有效能量（MAE）应用于日常业务工作，吴宝俊等^[7-8]、章国材等^[9]、刘延英等^[10-12]、周海光等^[13]，做了大量工作，给出MAE的近似表达式及其近似计算方案，并进行了若干应用研究。但是，正如文献^[10-12]：“计算湿有效能量有许多方法……，或者说计算参考气压方法不同，其结果使算得的湿有效能量的数值有很大差别”。这影响到湿有效能量的广泛应用。

从根本上说，MAE是由于大气的位势不稳定（即对流性不稳定）和湿斜压性而存在的。因此，我们可以将MAE分解为“层结分量”和“斜压分量”两部分。暴雨和强对流天气的发生，归根结底是“有效能量（包括DAE、MAE和CAPE）”大量集中“释放（转换）”的结果。

谢义炳指出：“湿绝热过程中的总湿位能不是常值”“湿空气质点在湿不稳定大气中按湿绝热过程上升，将得到加速，增加了动能，而湿总位能将减少”。“在条件不稳定大气中，气块由自由对流高度到平衡高度，湿静力能减少，减少的湿静力能转化为气块的垂直运动动能”^[14-15]。MAE的释放也是湿静力能转化为动能的过程。

丁一汇等^[16]指出：“强对流天气发生前，需要有位势不稳定层结”。丁一汇^[17-18]将位势不稳定作为暴雨和强对流天气发生的首要条件：“暴雨是在几种尺度系统相互作用的情况下发生发展的，中国暴雨发生的温湿和动力条件有：位势不稳定层结、深厚湿层和水汽辐合、位势不稳定释放的启动机制、高低空急流以及弱的风垂直切变等”。暴雨和强对流有所不同：暴雨不一定有强对流，或许只有弱对流，但需持续时间较长的强降雨，降水范围比较大，阵性和连续性并存；强对流降水范围小、持续时间短、降水强度大、阵性明显，常和雷暴、大风、冰雹、龙卷等联系在一起。孙继松等^[19]指出：“热力不稳定能量的释放是快速完成的。在对流发生阶段，对流有效位能（CAPE）往往由最大值迅速减小……。热力不稳定是不断变化的，需要动态地看待稳定度变化”。热力不稳定引发的强对流日变化明显，午后最强；夜雷雨则与位势不稳定有关。

本文根据大气运动方程组，引入了单位质量气块的总能量在大气压力非定常情况下和定常情况下的两种不同表达式。通过对MAE“参考状态”的再讨论，

省却了对“参考气压”的繁琐计算；给出了MAE新的表达式，提出了MAE及其层结分量和斜压分量新的收支方程。给出了“有限气柱内单位质量MAE层结分量”的计算方法和若干计算实例；给出了斜压分量强度的判定方法。MAE的层结分量与位势不稳定能量相对应，通常与对流有效位能CAPE有正相关关系，但二者有本质区别。

近年来，一些学者^[20-29]在暴雨和强对流天气的分析研究中，用不同的方法，从不同的角度，都将稳定度的变化、水汽的辐合、高低空急流、不稳定能量释放的触发机制等作为研究的重点。实质上是寻求包括MAE及CAPE在内的能量输送、积累和集中释放的痕迹和成因。

邢台2016年7月19日夜至20日凌晨遭受百年一遇的特大暴雨，造成人员伤亡和重大财产损失。本文着重从MAE层结分量和斜压分量的角度对“邢台7.19暴雨”进行了初步分析和探讨。

1 单位质量湿空气块总能量的两种不同表达式

在绝热、无摩擦条件下，包括水汽潜热在内的大气运动方程组可取如下形式：

$$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V} + \mathbf{g} \\ \frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{V} \\ c_p \frac{dT}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dt} - L \frac{dq}{dt} \\ p = \rho RT \end{cases} \quad (1)$$

其中： $\boldsymbol{\Omega}$ 为地转角速度，其余为气象上的常用符号。对上列方程组经过运算和整理，得：

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho(c_v T + Lq + \Phi + K)] = -\nabla \cdot [\rho(c_p T + Lq + \Phi + K)\mathbf{V}] \quad (2)$$

式(2)中 $c_p T = c_v T + RT$ 称为显热能或比焓， q 为比湿， $c_p T + Lq = h_m$ 称为温湿能或湿焓， $\Phi = gz$ 是重力位势， $c_p T + Lq + gz = E_\sigma$ 是湿静力能， $K = \frac{1}{2}|\mathbf{V}|^2$ 是动能。

将式等号两边对有限区域的封闭系统积分，有：

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\tau} \rho(c_v T + Lq + \Phi + K) d\tau = 0, \quad (3)$$

其中： τ 为有限区域封闭系统的体积， $d\tau = dx dy dz$ 为体积元。

式(3)表明，在绝热、无摩擦条件下，有限区域封闭系统的内能、潜热能、位能、动能之和守恒。

1.1 气压场非定常条件下单位质量湿空气块的总能量表达式

式(2)是在气压场非定常条件下(即 $\partial p/\partial t \neq 0$)导出的。对于有限区域的封闭系统,在准静力条件下(即 $\partial p/\partial z = -\rho g$),采用 p 坐标系,将 $g=9.8 \text{ m/s}^2$ 视为常量,式(3)可变换为:

$$\frac{1}{g} \iint_{\sigma} \int_0^{p_0} (c_p T + Lq + K) dp d\sigma = \text{Const}, \quad (4)$$

其中: $d\sigma = dx dy$, p_0 为地面气压。

因为 $\int_0^{\infty} \rho \Phi dz = \frac{1}{g} \int_0^{p_0} RT dp$, 又 $\int_0^{\infty} \rho d\Phi = \rho_0 R_d T_{v0}$, 所以

以单位面积铅直气柱中总的位能就等于整个气柱的压力能,或等于地面单位体积空气块的压力能(即地面气压)。

式(4)表明,在气压场非定常条件下,单位质量湿空气块的总能量为:

$$E_{i,p} = c_p T + Lq + K. \quad (5)$$

在不考虑地表和洋面水汽输入的情况下,全球大气可视为封闭系统,式(5)与式(4)是个体与整体、局部与全局的关系。

1.2 气压场定常条件下单位质量湿空气块总能量的表达式

在气压场定常条件下,即 $\partial p/\partial t = 0$ 时,由上述方程组可得:

$$\frac{d}{dt} (c_p T + Lq + \Phi + K) = 0. \quad (6)$$

式(6)表明,在气压场定常时,单位质量湿空气块的总能量可表示为:

$$E_{i,z} = c_p T + Lq + \Phi + K. \quad (7)$$

式(5)与式(7)具有不同涵义:对于全球大气或大尺度系统,满足准静力条件,但气压场不是定常的,单位质量空气块的总能量可采用(5)式;对于中小尺度系统,不满足准静力条件,但环境大气气压场可视为定常的,单位质量空气块的总能量可采用(7)式。无论采用(5)式还是(7)式,在计算单位面积有限气柱内MAE的层结分量时,其计算结果完全相同。

2 全球大气参考状态及湿有效能量表达式

2.1 全球大气参考状态

所谓“全球大气参考状态”,是指全球大气通过湿绝热调整,达到大气层结位势稳定,且气温、气压、湿度呈水平均一的状态。根据假相当位温 θ_{se} 在湿绝热过程中的准保守性,这种调整可以设想分为两步进行:第一次调整设想环境气压场定常且满足准静

力条件,使单位截面面积气柱中的 θ_{se} 由下而上呈递增排列顺序,称为“参考状态 I”;第二次调整,是在第一次调整的基础上,使全球大气达到气温、气压、湿度呈水平均一状态,称为“参考状态 II”,这时,等高面也是等压面和等 θ_{se} 面。在同一时刻,全球大气的“参考状态”应当是惟一的,仅由它的初始状态所决定。在“参考状态 II”下,在同一等高面或等压面上,各地的湿焓以及湿静力能必定处处相等,若以 H_{mr} 表示“参考状态 II”下单位截面面积气柱总的湿焓,则:

$$H_{mr} = \frac{1}{g} \int_0^{p_r} h_{mr} dp = \text{Const}. \quad (8)$$

其中: $h_{mr} = c_p T_r + Lq_r$ 是“参考状态 II”时单位质量空气块的湿焓, p_r 是海平面参考气压, T_r 和 q_r 是“参考状态 II”时的参考温度和参考比湿。由于全球大气在较长时期内其总的能量收支基本上是达到平衡的,因此,全球大气的参考状态也就没有什么大的变化,故:

$$\frac{\partial}{\partial t} (H_{mr}) \approx 0. \quad (9)$$

全球大气与外界的能量交换以及大气内部各种不同形式的能量转换是在永不停息地进行着的,并且“整个大气不可能都是饱和的”,只有局部大气,在饱和状态下,具有向着理想的“参考状态”进行调整的过程。因此,不同区域、不同地点、不同时刻的MAE就只具有相对的意义和比较的价值,在具体计算MAE时,没有必要精确计算 H_{mr} 和 P_r 的值,只需将 H_{mr} 设定为一个常量。例如,我们可以按照中纬度国际标准大气来确定参考气压 $P_r=1013.25 \text{ hPa}$,以 255 K 为全球大气平均温度,参考状态的比湿 q_r 可以根据全球的平均状况确定,取 $\bar{q}_r \approx 2.5 \text{ g/kg}$, $L=2.5 \times 10^6 \text{ J/kg}$,则单位截面面积气柱参考状态的平均值约为:

$$H_{mr} = \frac{1}{g} \int_0^{p_r} h_{mr} dp = \bar{h}_{mr} \times \frac{p_r}{g} \approx 2.7 \times 10^9 \text{ J/m}^2. \quad (10)$$

2.2 全球大气湿有效能量表达式

$$(MAE)_{\Omega} = (MTE)_{\Omega} - (MTE)_{\Omega m}, \quad (11)$$

其中: $(MAE)_{\Omega}$ 是全球大气总的湿有效能量, $(MTE)_{\Omega} = \frac{1}{g} \iint_{\Omega} \int_0^{p_0} h_m dp d\Omega$ 是全球大气总的湿焓, $(MTE)_{\Omega m} = \frac{1}{g} \iint_{\Omega} \int_0^{p_r} h_{mr} dp d\Omega$ 是全球大气参考状态下总的湿焓, h_m 是初始状态单位质量空气块的湿焓, h_{mr} 是参考状态下单位质量空气块的湿焓, $d\Omega = dx dy$, p_0 是海平面气压。

3 单位截面面积气柱MAE的分解及其收支方程

3.1 单位截面面积气柱MAE的分解

我们把单位截面面积气柱的MAE简记为 A_e ,则:

$$MAE = A_c = \frac{1}{g} \int_0^{p_0} h_m dp - \frac{1}{g} \int_0^{p_1} h_{mr1} dp = H_m - \text{Const}, \quad (12)$$

其中: $H_m = \frac{1}{g} \int_0^{p_0} h_m dp$ 是单位面积积气柱总的湿焓。

MAE 可分解为层结分量和斜压分量两部分, 即:

$$MAE = A_{cs} + A_{cb}, \quad (13)$$

其中: A_{cs} 是由于位势不稳定而存在的层结分量; A_{cb} 是由于湿斜压性而存在的斜压分量。

$$A_{cs} = \frac{1}{g} \int_0^{p_0} h_m dp - \frac{1}{g} \int_0^{p_1} h_{mr1} dp, \quad (14)$$

其中: h_{mr1} 是经过第一次湿绝热调整到“参考状态 I”时单位质量空气块的湿焓, p_{r1} 是参考气压。第一次湿绝热调整时, 由于调整过程是在环境气压场定常且满足准静力条件下进行的, 因而有 $p_{r1} = p_0$ 。如果大气是位势稳定的, 则 $A_{cs} = 0$ 。 MAE 的斜压分量为:

$$A_{cb} = \frac{1}{g} \int_0^{p_0} h_{mr1} dp - \text{Const}, \quad (15)$$

对于湿正压大气, $A_{cb} = 0$ 。

3.2 单位截面积气柱 MAE 及其层结分量和斜压分量的收支方程

根据常用的边界条件^[31]并参照文献^[8]和^[9], 取地面和大气上界的垂直速度 $w = 0$; 对于地形的影响, 仅考虑其抬升作用; 不计非绝热加热影响, 因此有:

$$\frac{\partial A_c}{\partial t} = \frac{1}{g} \int_0^{p_0} [-\nabla_p \cdot (h_m \mathbf{V}_h)] dp - \frac{H_m}{p_0} \frac{\partial p_0}{\partial t}, \quad (16)$$

式(16)表明, 湿焓通量辐合区 A_c 增加; 负变压区 A_c 增加。

令 $N_s = 1 - h_{mr1} / h_m$, N_s 称为层结分量的效率因子 ($N_s \geq 0$)。于是 $A_{cs} = \frac{1}{g} \int_0^{p_0} N_s h_m dp$ 。效率因子的平均值 $\bar{N}_s = 1 - \bar{h}_{mr1} / \bar{h}_m$ 代表气柱内总湿焓中可以转化为垂直运动动能的那一部分能量的比值。

$$\frac{\partial A_{cs}}{\partial t} = \frac{1}{g} \int_0^{p_0} [N_s (-\nabla_p \cdot h_m \mathbf{V}_h) + h_m \frac{\partial N_s}{\partial t}] dp - \frac{A_{cs}}{p_0} \frac{\partial p_0}{\partial t}. \quad (17)$$

式(17)表明: 湿焓通量辐合区 A_{cs} 增加; N_s 增大时 A_{cs} 增加; 地面负变压区 A_{cs} 增加。

$$\frac{\partial A_{cb}}{\partial t} = \frac{1}{g} \int_0^{p_0} [(1 - N_s) (-\nabla_p \cdot (h_m \mathbf{V}_h)) - h_m \frac{\partial N_s}{\partial t}] dp - \frac{H_m - A_{cs}}{p_0} \frac{\partial p_0}{\partial t}, \quad (18)$$

上述各式中 $\mathbf{V}_h = u_p \mathbf{i} + v_p \mathbf{j}$, 其余各符号均为气象上的常用符号, 各项物理意义不再赘述。

4 有限气柱内层结分量的计算

4.1 单位截面积有限气柱内层结分量的计算

我们取一单位截面积的有限气柱, 设其下界气压

为 P_1 , 上界气压为 P_2 , 假定此有限气柱通过等焓蒸发或抬升冷却(或二者兼而有之)达到了全部饱和, 如果大气层结是位势不稳定的, 稍有扰动, 气柱中的气块便会自动发生翻腾, 这就必然引起湿静力能与垂直运动动能之间的转化。由于这种转化是在环境气压场定常且满足准静力条件下进行的, 因此, 气柱中总的位能不变, 总的湿焓减少, 因而总的湿静力能是减少的, 减少的湿静力能转化为气柱中的垂直运动动能。当气柱刚刚达到“参考状态 I”时, 气柱中的垂直运动动能达到最大值。计算公式为:

$$(A_{cs})_{p_2}^{p_1} = \frac{1}{g} \int_{p_2}^{p_1} (h_m - h_{mr1}) dp, \quad (19)$$

式(19)中, $h_m \approx c_p T + Lq \approx c_{pd} T_{se}$, $T_{se} = \theta_{se} (\frac{p_d}{p_0})^{k_d}$,

$\theta_{se} = T (\frac{p_{00}}{p_d})^{k_d} e^{\frac{Lq}{c_{pd} T}}$, p_d 是干空气的分压强, r_s 为

饱和混合比, $p_{00} = 1000 \text{ hPa}$, $k_d = R_d / c_{pd} \approx 0.286$,

$h_{mr1} = c_p T_{r1} + Lq_{r1} \approx c_{pd} T_{se1}$, θ_{se} 是初始状态的假相当位温,

T_{se} 是假相当温度, T_{se1} 是“参考状态 I”时的假相当温度。故:

$$(A_{cs})_{p_2}^{p_1} \approx \frac{c_{pd}}{g} \int_{p_2}^{p_1} (T_{se} - T_{se1}) dp. \quad (20)$$

如果是由于抬升冷却作用导致有限气柱达到饱和, MAE 的层结分量也随之增加。这是因为抬升作用不但使整个气柱的位能增加, 而且气柱中的内能、潜热能和压力能也发生了变化。其中层结分量的增加值与抬升高度以及层结分量的强度有关, 抬升高度越高、层结分量越强, 层结分量增加值也越多(表1)。为简便起见, 我们在计算层结分量时仅考虑等焓蒸发作用。地面负变压也会使层解分量增加。

4.2 有限气柱平均单位质量气块层结分量的计算

单位质量有限气柱内的层结分量为:

$$(a_{cs})_{p_2}^{p_1} \approx \frac{c_{pd}}{p_1 - p_2} \int_{p_2}^{p_1} (T_{se} - T_{se1}) dp. \quad (21)$$

具体计算时, 可将 $p_1 \sim p_2$ 气层 n 等分, 首先计算出各点的 θ_{se} 和 T_{se} , 再将 θ_{se} 自下而上按由小到大的顺序排列, 这就达到了“参考状态 I”。然后计算出“参考状态 I”时, 各点的 T_{se1} , 再计算各点 T_{se} 与 T_{se1} 之差的平均值。具体计算公式如下:

$$(a_{cs})_{p_1}^{p_2} \approx \frac{c_{pd}}{n+1} \sum_{i=0}^n (T_{se} - T_{se1})_i \quad (i=0, 1, 2, 3, \dots, n). \quad (22)$$

4.3 计算实例

大气质量主要集中在 200 hPa 以下的气层, 暴雨和强对流天气主要发生在对流层, 因此我们可以只计算

表1 8个站点的 $(a_{es})_{p_0}^{p_{200}}$ 和 $\overline{N_s}$ 的计算结果

Table 1 The calculation results of $(a_{es})_{p_0}^{p_{200}}$ and $\overline{N_s}$ in 8 meteorological station sites

站名	日期	$(a_{es})_{p_0}^{p_{200}} / (J/kg)$	$\overline{N_s}$	抬升50 hPa 高度/m	抬升50 hPa 层结分量/(J/kg)	3 hPa负变压 层结分量/(J/kg)
杭州	2013-07-24	1086	0.0036	472	1354	1199
宝山	2009-06-05	260	0.0008	463	452	379
南宁	2013-07-04	666	0.0020	471	823	777
邵武	2013-06-19	1091	0.0037	481	1321	1164
怀化	2013-06-22	695	0.0023	481	881	786
北京	2013-07-09	291	0.0009	466	320	297
邢台	2013-06-25	457	0.0014	474	691	579
邢台	2016-07-19	349	0.0021	472	515	418

地面至200 hPa内有限气柱单位质量气块的层结分量。

将地面 p_0 至200 hPa有限气柱，首先每隔1 hPa计算 θ_{se} 和 T_{se} 值，然后再将 θ_{se} 由下而上呈递增排列并计算出各点的 T_{se1} 值，再由式(22)计算 $(a_{es})_{p_0}^{p_{200}}$ 值。根据杭州等8个站的探空记录， $(a_{es})_{p_0}^{p_{200}}$ 和 $\overline{N_s}$ 以及抬升作用和负变压造成的层结分量值，计算结果如表1所示。

由表1可以看出：1) 层结分量小， $\overline{N_s}$ 的值也大；层结分量小， $\overline{N_s}$ 的值也小；2) 如果地形(或锋面或辐合)抬升50 hPa，则上述各站层结分量均有较大增加；3) 若负变压达到3 hPa，则上述各站层结分量亦有明显增强。

5 层结分量与CAPE的关系以及层结分量和斜压分量强度的判定

通常CAPE与 $(a_{es})_{p_0}^{p_{200}}$ 在数值上有正相关关系(表2)，

但它们有本质的不同。CAPE的释放是迅速完成的，而 $(a_{es})_{p_0}^{p_{200}}$ 则由于中低层大气源源不断的水汽和能量输入会持续不断地释放出来(表4、表5、图7)。 $(a_{es})_{p_0}^{p_{200}}$ 与CAPE的主要区别是：1) CAPE是由自由对流高度(LFC)到平衡高度(EL)，“单位质量的气块中”可以转化为该气块的垂直运动动能的湿静力能； $(a_{es})_{p_0}^{p_{200}}$ 是“有限气柱内单位质量气块”可以转化为气柱中垂直运动动能的湿静力能；2) CAPE释放的前提条件是气块抬升到自由对流高度；MAE释放的前提条件是气层达到饱和；3) 在绝热、无摩擦且无夹卷作用时，CAPE是气块加速度上升到平衡高度时所能达到的最大垂直运动动能，到等面积高度(EAL)气块垂直速度为零， $(a_{es})_{p_0}^{p_{200}}$ 的释放则是在气柱中气块的上下翻腾。

MAE层结分量的强度可由 θ_{se} 的垂直梯度来判

表2 16个站点 $(a_{es})_{p_0}^{p_{200}}$ 与CAPE的比较(单位: J/kg)

Table 2 Comparison of $(a_{es})_{p_0}^{p_{200}}$ and CAPE in 16 stations (unit: J/kg)

站名	时间	$(a_{es})_{p_0}^{p_{200}}$	CAPE	站名	时间	$(a_{es})_{p_0}^{p_{200}}$	CAPE
杭州	2011-07-24 08时	1085.6	1332.9	北京	2013-07-09 08时	290.5	611.0
上海宝山	2009-06-05 08时	259.6	803.7	北京	2013-07-10 08时	28.3	102.6
南宁	2013-07-04 08时	665.7	458.8	北京	2013-08-07 08时	158.2	293.2
福建邵武	2013-06-19 08时	1091.0	2110.1	邢台	2013-08-07 08时	1872.6	751.0
湖南怀化	2013-06-22 08时	694.6	1003.3	邢台	2016-07-18 20时	569.2	1163.5
广东河源	2013-08-13 08时	637.1	890.1	邢台	2016-07-19 08时	132.4	269.4
梧州	2010-06-22 08时	699.9	683.6	邢台	2016-07-19 20时	349.4	709.2
南京	2013-08-15 08时	1289.5	3733.7	邢台	2016-07-20 08时	6.22	5.9

定， $-\partial\theta_{se}/\partial z$ 的值越大，层结分量越强。单位质量气块层结分量的释放速率与其垂直上升速度和大气层结分量的强度有关： $dK_z/dt \propto -c_{pd}w\partial\theta_{se}/\partial z$ ，其中， $K_z = \frac{1}{2}w^2$ ， w 是垂直速度。

MAE斜压分量强度可由等压面上等 θ_{se} 线的水平梯度来判定： $-\partial\theta_{se}/\partial n$ ，等 θ_{se} 线越密的地方，斜压分量

越强。当气层维持饱和时，单位质量气块斜压分量的释放速率与等 θ_{se} 线的水平梯度和垂直于等 θ_{se} 线的风速分量有关： $(dK/dt)_n \propto -c_{pd}V_n\partial\theta_{se}/\partial n$ ， n 的方向由 θ_{se} 的高值区指向低值区。

6 “邢台7.19暴雨”的湿有效能量分析

2016年7月19日夜间至20日凌晨，河北邢台遭遇

百年一遇大暴雨，丘陵地区出现特大暴雨。强降雨过程持续数小时，截止到20日08时（北京时，下同），该市丘陵地区平均降水量在250 mm左右，蝉房乡降雨量达425.9 mm。

6.1 河北省2016年7月18日08时至20日08时降水量实况

图1表明，邢台7.19特大暴雨主要集中在19日夜间至20日凌晨。

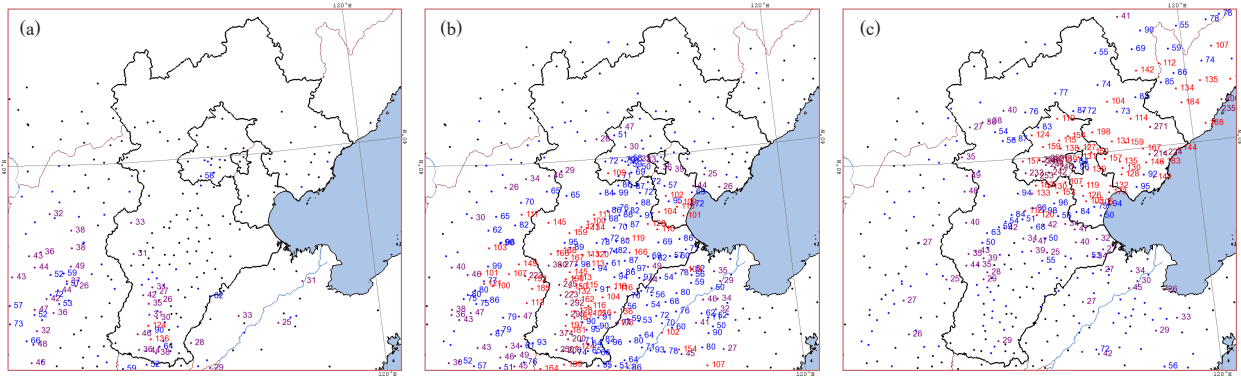


图1 2016年7月18日(a)、19日(b)、20日(c)08时至次日08时24小时降水量实况

Fig. 1 24-hour precipitation on 18 (a), 19 (b) and 20 (c) July 2016 (from 08 am of the day to 08 am of the next day)

6.2 天气形势分析

6.2.1 地面天气图及1000 hPa高度场和风场分析

地面图上(图2a)，19日08时，四川、河南一带有一低压发展东移；日本海有一高压稳定少动；19日20时，低压东移北上，邢台处于低压顶部，负变压明显，地面温度、比湿均维持较高状态；20日02时低压进一步发展北移，海上高压加强，邢台受低压控制，暖锋前较强的东南风带来大量水汽和能量输入，邢台西部处于太行山东麓迎风坡，有利于MAE持续积累、加强和释放。1000 hPa(图2b)形势基本与地面相同，

20日02时，气流辐合能量输送明显，邢台处于低压中心附近，西部山区冷暖气流激烈交锋，有利于MAE的加强和大量集中释放。

6.2.2 高空图分析

高空图上(图3)，19日20时，850 hPa、700 hPa、500 hPa形势与(图2)相似，深厚低压位于河北南部。19日08时，500 hPa槽前有来自孟加拉湾及南海的气流输送带；19日20时，500 hPa低槽进一步收窄加深形成低涡，海上副热带高压北上西进，邢台处于偏东风气流辐合区。至20日08时，850、700、500 hPa低压中心

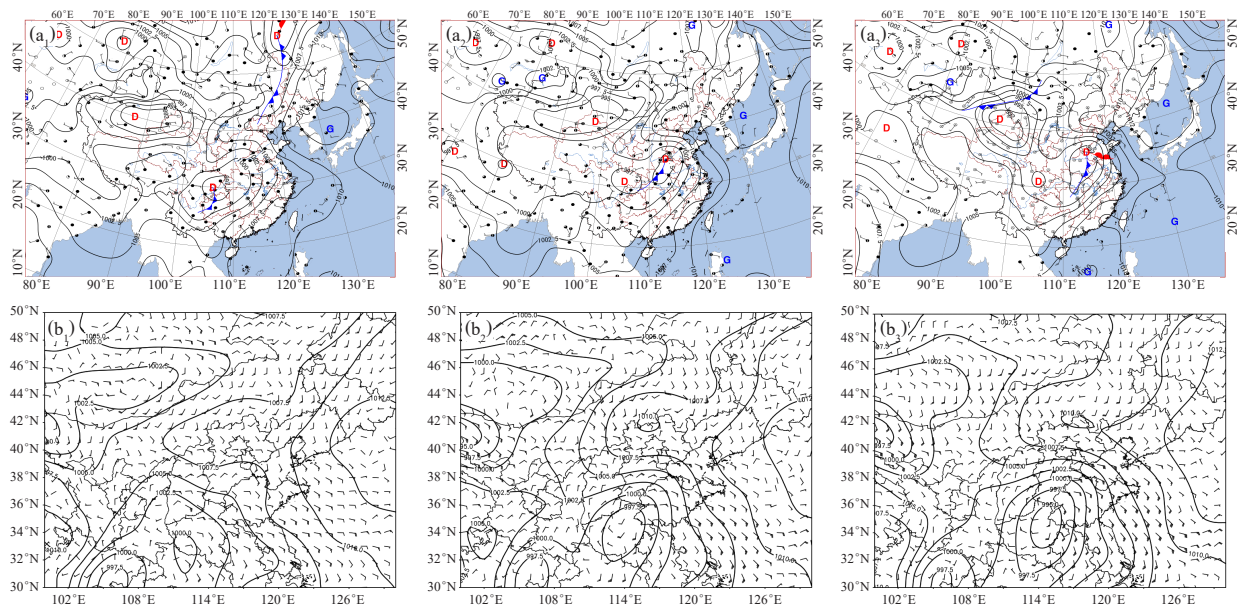


图2 2016年7月19日08:00(a₁, b₁)、20:00(a₂, b₂)、20日02:00(a₃, b₃)地面天气图(a)和1000 hPa风场、高度场(b)分析
Fig. 2 Surface weather map (a) and 1000 hPa wind field and height field (b) at 08:00 (a₁, b₁), 20:00 (a₂, b₂) on 19 July, and 02:00 (a₃, b₃) on 20 July 2016

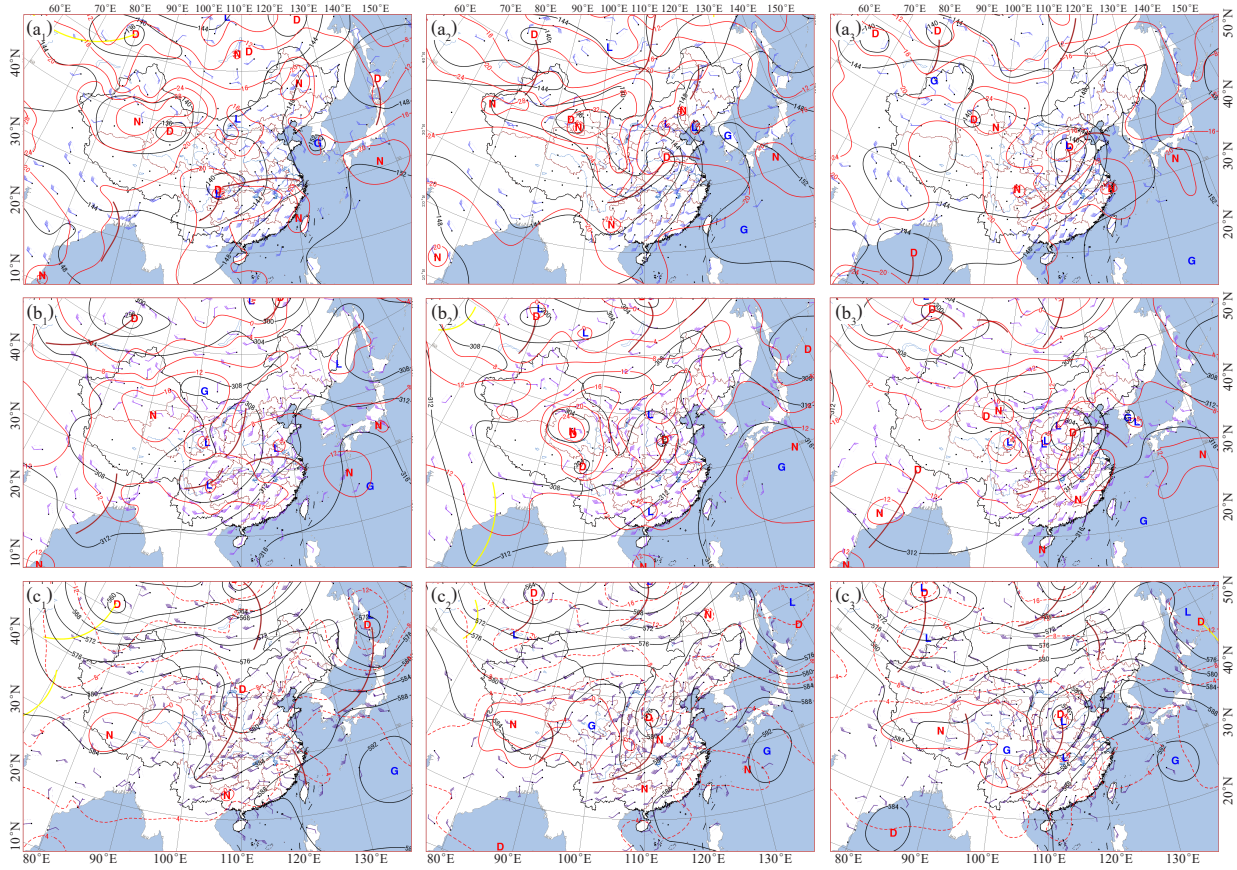


图3 2016年7月19日08: 00 (a₁, b₁, c₁), 20: 00 (a₂, b₂, c₂), 20日08: 00 (a₃, b₃, c₃) 850 hPa (a)、700 hPa (b)、500 hPa (c) 高空图分析

Fig. 3 850 hPa (a), 700 hPa (b), 500 hPa (c) upper-air chart at 08:00 BT (a₁, b₁, c₁), 20:00 BT (a₂, b₂, c₂) on 19 July, and 02:00 BT (a₃, b₃, c₃) on 20 July 2016

北移，强降雨中心随之北移。

6.3 稳定度分析

由表3可见，18日20时，CAPE和 $(a_{es})_{p_0}^{200}$ 偏高，邢台曾出现局部暴雨。19日20时，CAPE和再 $(a_{es})_{p_0}^{200}$ 再次增强，但数值不大，似不足产生强对流；但是，由（图2和图3）可见，19日夜间低空有大量暖湿气流输入，中高层有干冷空气侵入，有利于位势不稳定增强。从卫星云图和雷达探测来看，还有偏东南气流携带大量水凝物输送。

表3 邢台2016年7月18日08: 00至7月20日08: 00 CAPE、

$(a_{es})_{p_0}^{200}$ 和 \bar{N}_s 的计算结果

Table 3 CAPE, $(a_{es})_{p_0}^{200}$ and \bar{N}_s calculation results from 08:00 on 18 July to 08:00 on 20 July 2016 in Xingtai

邢台 (53798)	18日08:00	18日20:00	19日08:00	19日20:00	20日08:00
CAPE/(J/kg)*	12.8	1163.5	269.4	709.2	5.9
CAPE _w /(J/kg)**	10.6	773.4	166.5	409.9	8.3
$(a_{es})_{p_0}^{200}$ /(J/kg)	391.8	569.2	132.4	349.4	6.22
\bar{N}_s	0.0014	0.0020	0.0002	0.0013	0.0001

注：*是MIC埃玛图CAPE值；**是参考文献[14]和[15]计算的可逆湿绝热过程CAPE_w值。

由图4及表4、表5可见，19日20时，邢台位势不稳定层深厚，上干下湿明显，加之地形抬升作用，有利于MAE增强和大量释放。到20日08时，邢台处于 θ_{se} 暖区一侧，位势不稳定层极其浅薄，大气层结稳定，强降雨区北移。表6是第一次湿绝热调整后 θ_{se} 的分布。

6.4 斜压分量强度分析

MAE斜压分量与等压面上 θ_{se} 的分布有关并与大气的“湿熵”和“广义相当位温”相对应，湿熵^[30]和广义相当位温^[31]的演化与暴雨的形成和落区密切相关。

在图5a，19日20: 00， θ_{se} 高值区逐渐移至河北南部，暴雨发生前，邢台处于340（67℃）线附近低值区一侧，暴雨发生时，邢台处于344线与348线之间斜压分量较强的等值线密集区。在700 hPa（图5b）上，19日20时344线位于邢台西部地区，20日02时邢台位于344线边缘。自19日20时至20日08时， θ_{se} 的340线逐渐覆盖河北省南部。850 hPa和700 hPa θ_{se} 的340线具有一定的指标意义：暴雨发生前，邢台位于340线密集区偏低值一侧，暴雨发生时以及暴雨发生后，邢台位于340线密集区偏高值一侧。

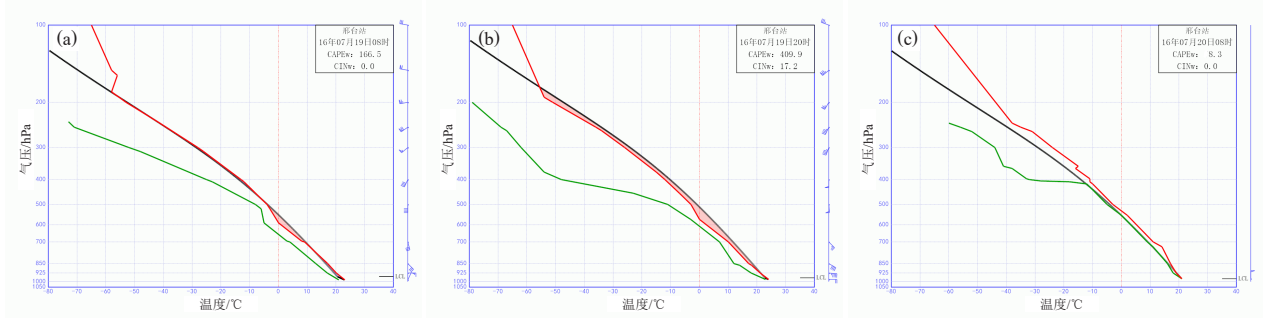


图4 邢台2016年7月19日08:00、20:00、7月20日08:00 T-lnp图
Fig. 4 T-lnp diagram of 08:00, 20:00 on 19 July 2016, and 08:00 on 20 July 2016 in Xingtai

表4 邢台2016年7月19日08时—20日08时不同高度 θ_{se} 的实况 (单位: °C)

Table 4 Actual situation of θ_{se} at different altitudes from 08:00 on 19 July to 08:00 on 20 July 2016 in Xingtai (unit: °C)

时间	地面	925 hPa	850 hPa	700 hPa	600 hPa	500 hPa	400 hPa	300 hPa	200 hPa
07-19 08时	70	64	63	62	59	69	70	73	76
07-19 20时	77	68	61	68	65	67	65	76	79
07-20 08时	69	66	70	73	74	74	70	79	85

表5 邢台2016年7月18日08时—21日08时位势不稳定层厚度
Table 5 Potential instability layer thickness from 08:00 on 18 July to 08:00 on 21 July 2016 in Xingtai

物理量	07-18 08时	07-18 20时	07-19 08时	07-19 20时	07-20 08时	07-21 08时
θ_{se} 最小值/°C	52	51	59	61	66	51
θ_{se} 最小值所在高度/hPa	426	538	564	330	249	626
不稳定层厚度/hPa	987~426	986~538	984~564	980~330	974~925	980~626

表6 邢台7月19日08时—20日08时 湿绝热调整后 θ_{se} 的变化 (单位: °C)

Table 6 Change of θ_{se} after wet adiabatic adjustment from 08:00 on 19 July to 08:00 on 20 July in Xingtai (unit: °C)

时间	地面	925 hPa	850 hPa	700 hPa	600 hPa	500 hPa	400 hPa	300 hPa	200 hPa
07-19 08时	59	59	61	63	65	68	69	73	76
07-19 20时	61	63	64	65	66	67	70	76	79
07-20 08时	66	67	70	72	74	74	75	79	85

在500 hPa (图5c), 自19日20时至20日08时, θ_{se} 高值区和等值线密集区自河北省中南部逐渐向北推进。20日08时—21日08时, 暴雨系统掠过石家庄、保定、京津唐等地。

6.5 200 hPa风场、散度和急流分析

在(图6) 200 hPa风场+急流+散度图上, 19日20时200 hPa急流中心位于河北西部与山西交界处, 随时间东移并有所增强。到20日02时, 200 hPa高空急流与700 hPa低涡相对应, 形成高层辐散低层辐合形势, 有利于MAE的增强、积累和释放。20日08时, 200 hPa高空急流中心区移至邢台以北地区, 强降雨区北移。

6.6 925 hPa水汽通量散度分析

图7中, 7月19日20时—20日02时, 925 hPa水汽通量辐合强烈, 邢台西部地区南北风切变明显, 为MAE积累和大量释放提供了有利条件。20日08时, 水汽通量辐合区移至邢台以北地区, 雨区北移。

6.7 剖面图分析

在东西剖面图8a上, 19日20:00、20日00:00、08:00, 邢台地区500 hPa以下均为辐合区, 500 hPa以上是高空辐散区。20日00:00, 邢台地区低空辐合、高空辐散强烈, 有利于MAE增强和释放以及位势不稳定的维持。在南北剖面图8b上, 19日20:00, 邢台(115 °E)地区垂直速度极强。925—700 hPa高度东风急流最大风速达21 m/s以上, 带来大量水汽和水凝物。地面及低空气流辐合, 高空气流辐散, 垂直运动强烈, 水汽供应充分, 这是MAE层结分量聚集并大量集中释放的表现。

综上所述, “邢台7.19暴雨”发生前, CAPE的数值不大, 反而与通常强对流天气的CAPE显著偏小; 但是, 由于天气系统的发展移动和有利的地形条件以及充足的能量输入和水汽供应, 从而导致MAE迅速增强并大量集中释放, 尤其是在地形抬升和地面负压变的作用下, MAE的层结分量大大增强, 这是邢台7.19暴雨、特别是丘陵山区特大暴雨形成的重要原因。

7 结论和讨论

1) 引入了单位质量气块的总能量在气压场非定常情况下和定常情况下的两种不同表达式; 给出了湿有效能量MAE及其层结分量和斜压分量新的简便的表达式和收支方程, 省却了对“参考气压”的繁琐计算; 给出了“有限气柱内平均单位质量气块MAE层结分量的计算方法”和若干计算实例。MAE斜压分量的强度可由等压面上 θ_{se} 等值线的疏密来判定。MAE的层结分量与位势不稳定能量相对应, 通常与CAPE有正相关关系, 但二者性质有所不同。

2) MAE是DAE的推广, DAE是MAE的特例。

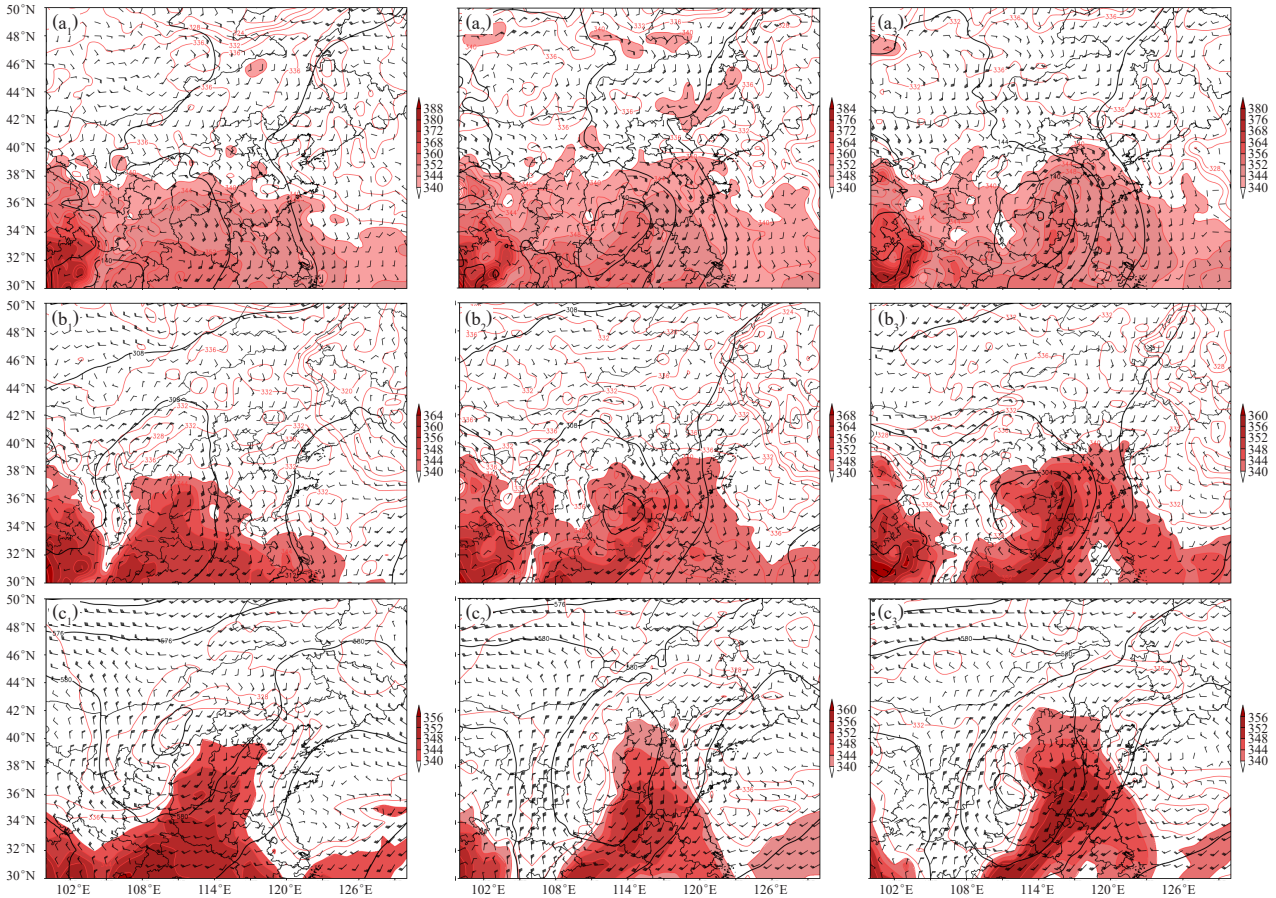


图5 2016年7月19日08时 (a₁, b₁, c₁)、20时 (a₂, b₂, c₂)、20日02时 (a₃, b₃, c₃) 850 hPa (a)、700 hPa (b)、500 hPa (c) 风场、高度场 (黑色实线) 和 θ_{se} (红色实线, 填色为 >340 K) 演变过程

Fig. 5 850 hPa (a), 700 hPa (b), 500 hPa (c) of wind fields, height fields (black solid lines) and θ_{se} (solid red line, colored as >340 K) evolution process at 08:00 (a₁, b₁, c₁), 20:00 (a₂, b₂, c₂) and 02:00 (a₃, b₃, c₃) on 19 July 2016

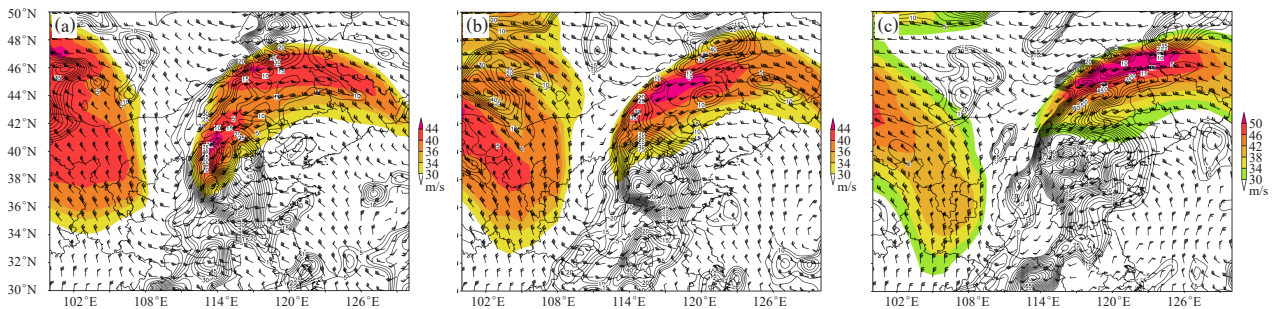


图6 2016年7月19日20时 (a)、20日02时 (b)、08时 (c) 200 hPa风场、急流 (填色为 >30 m/s) 和散度 (黑色实线为 >0)

Fig. 6 20:00 (a) on 19 July 2016, 02:00 (b) on 20 July 2016, and 08:00 (c) on 20 July 2016 of 200 hPa wind field, jet stream (color filling is > 30 m/s) and divergence (black solid line is > 0)

DAE的层结分量通常只存在于贴地层或混合层, 在干燥少雨的季节, DAE的斜压分量和层结分量较强时或可引发沙尘暴天气; DAE的斜压分量每时每刻都在向动能转化, 为全球大气提供动能。MAE只能在饱和湿空气中得以释放, 然而, 由于有水汽潜热的参与, MAE的释放就比DAE更集中、更猛烈、更强大。在低纬度地区和中高纬度夏季, 对流层中下层经常是位势

不稳定的, 位势不稳定是暴雨和强对流天气发生的必要条件之一, 尤其是夜雷雨。

在暴雨和强对流天气过程中, DAE、MAE以及CAPE的释放不是单一的, 它们是有交集的, 是互相影响或互为前提条件的, 没有DAE的有效配合, MAE和CAPE恐难以发力。DAE的释放可以促成MAE或CAPE的释放, CAPE的释放需要气块被抬升到自由

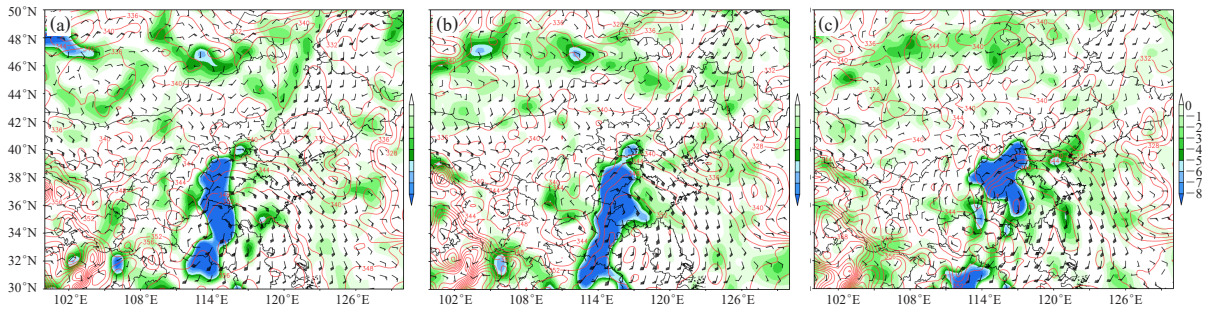


图7 2016年7月19日20时 (a)、20日02时 (b)、08时 (c) 925 hPa水汽通量散度 (填色, 单位: 10^{-7} s^{-1}) 和等 θ_{se} 线 (红色实线)

Fig. 7 20:00 (a) on 19 July 2016, 02:00 (b) and 08:00 (c) on 20 July 2016 of 925 hPa water vapor flux divergence (color filling, unit: 10^{-7} s^{-1}) and θ_{se} line (red solid line)

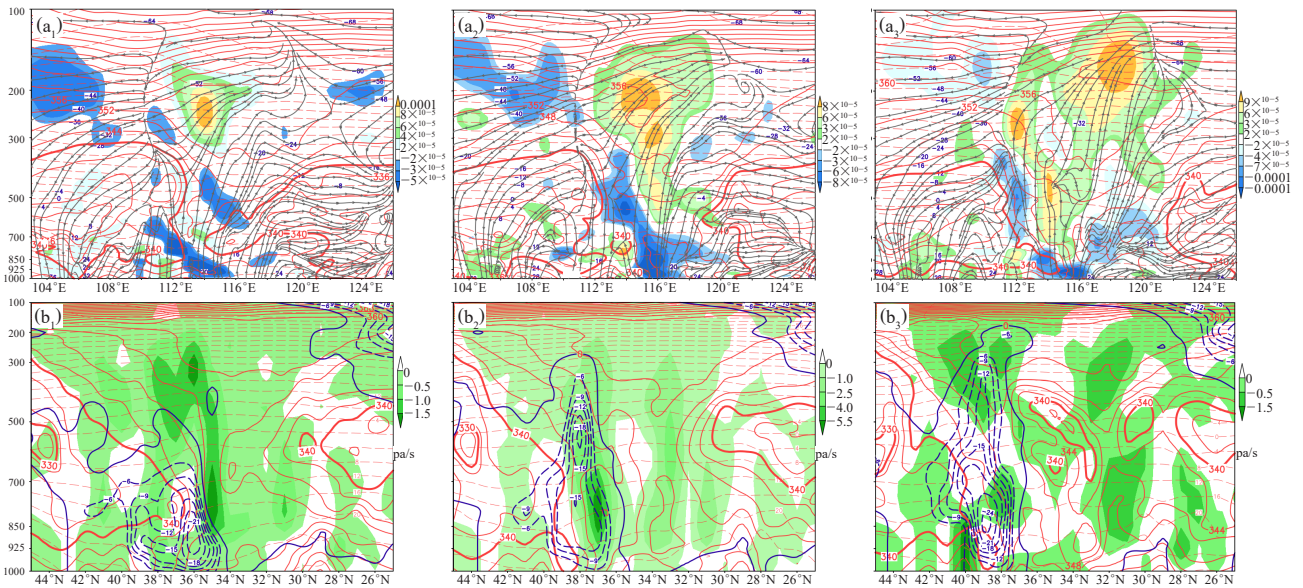


图8 2016年7月19日20时 (a₁, b₁)、20日00时 (a₂, b₂)、08时 (a₃, b₃) 经向风与垂直速度 ($\times 100$) 的合成 (灰色流线)、温度 (红色虚线, 单位: $^{\circ}\text{C}$)、 θ_{se} (红色实线, 单位: K)、散度 (填色, 单位: s^{-1}) 纬向剖面 (38 $^{\circ}\text{N}$, a) 和 θ_{se} (红色实线, 单位: K)、温度 (红色虚线, 单位: $^{\circ}\text{C}$)、垂直速度 (填色为 <0 ; 单位: Pa/s)、东风分量 (蓝色虚线, 单位: m/s) 的经向剖面图 (115 $^{\circ}\text{E}$, b)

对流高度, 从抬升凝结高度到自由对流高度, 气层处于饱和状态, 这时MAE层结分量可以先于CAPE部分地释放出来, CAPE的释放也为MAE的释放提供了有利条件。CAPE在局地强对流天气中起主导作用; MAE或在大范围暴雨中起主导作用。MAE或CAPE的释放对DAE也有反馈作用, MAE层结分量和CAPE的释放对环境气压场影响很小 ($\partial p / \partial t = 0$); MAE和DAE斜压分量的释放对环境气压场会产生较大影响 ($\partial p / \partial t \neq 0$)。

3) DAE、MAE以及CAPE是不断变化着的。2016年7月19日20时, 邢台暴雨发生前, MAE以及CAPE都不算强, 但位势不稳层深厚, 在大尺度环流背景和

天气尺度系统的配合下, 水汽和能量输送充分, 冷暖空气交锋强烈, 加之有利的地形条件, MAE的层结分量和斜压分量迅速积累增强。MAE大量集中释放, 是“邢台7.19暴雨”发生的重要原因之一。

“邢台7.19暴雨”是多方面因素造成的, 本文着重应用MAE层结分量和斜压分量对其进行初步分析和探讨, 仅供气象工作者参考。

参考文献

- [1] Lorenz E N. Available energy and the maintenance of a moist circulation. Tellus, 1978, 30: 15-31.
- [2] Lorenz E N. Available numerical evaluation of moist available energy. Tellus, 1979, 31: 203-235.

(下转62页)

- Handbook. London: Butterworths, 1980.
- [5] 赵利勇, 胡明辅, 杨贞妮. 太阳能利用技术与发展. 能源与环境, 2007, (4): 55-57.
- [6] Effat H A. Selection of potential sites for solar energy farms in ismailia governorate Egypt using SRTM and multicriteria analysis. International Journal of Advanced Remote Sensing and GIS, 2013, 2(1): 205-220.
- [7] Yassine Charabi. PV site suitability analysis using GIS-based spatial fuzzy multi-criteria evaluation. Renewable Energy, 2011, 36(9): 2554-2561.
- [8] Lurawn S M, Idress M O, Ahmed G B, et al. GIS-Based optimal site selection for installation of large-scale smart grid-connected photovoltaic(PV) power plants in selangor Malaysia. American Journal of Applied Sciences, 2017, 14(1): 174-183.
- [9] Wang S F, Koch B. Determining profits for solar energy with remote sensing data. Energy, 2010, 35: 2934-2938.
- [10] 翁笃鸣. 试论总辐射的气候学计算方法. Acta Meteorologica Sinica, 1964, 34(3): 304-315.
- [11] 鞠晓慧, 屠其璞, 李庆祥. 我国太阳总辐射气候学计算方法的再讨论. 南京气象学院学报, 2005, 28(4): 516-521.
- [12] 黄晚华, 帅细强, 汪扩军. 考虑地形条件下山区日照和辐射的GIS模型研究. 中国农业气象, 2006, 27(2): 89-93.
- [13] 王炳忠, 张富国, 李立贤. 我国的太阳能资源及其计算. 太阳能学报, 1980, 1(1): 1-9.
- [14] 徐卜. 大型光伏地面电站建设选址研究. 经济视野, 2013, (17): 259-262.
- [15] 施钰川. 太阳能原理与技术. 陕西: 西安交通大学出版社, 2009: 1-2.
- [16] 肖建华, 姚正毅, 孙家欢. 并网太阳能光伏电站选址研究述评. 中国沙漠, 2011, 31(6): 1598-1605.
- [17] 杜东升, 张剑明, 张建军. 湖南省太阳能资源时空分布特征及评估. 中国农学通报, 2015, 31(36): 170-175.
- [18] 刘可群, 陈正洪, 夏智宏. 湖北省太阳能资源时空分布特征及区划研究. 华中农业大学学报, 2007, 26(6): 888-893.
- [19] 周扬, 吴文祥, 胡莹, 等. 西北地区太阳能资源空间分布特征及资源潜力评估. 自然资源学报, 2010, 25(10): 1738-1749.
- [20] 康德拉捷夫. 太阳能辐射. 李怀瑾, 邹进上, 牛天任, 等译. 北京: 科学出版社, 1962: 511-519.
- [21] 吕银娇. 江西省太阳能资源评价及屋顶和南墙的实际得热分析. 南昌: 江西理工大学, 2018.
- [22] Wegertseder P, Lund P, Mikkola J, et al. Combining solar resource mapping and energy system integration methods for realistic valuation of urban solar energy potential. Solar Energy, 2016, 135: 325-336.
- [23] 杨富程, 孙周, 韩二红. 拉萨地区太阳能资源变化特征分析及评估. 可再生能源, 2014, 32(12): 1791-1796.
- [24] 曾燕, 王珂清, 谢志清, 等. 江苏省太阳能资源评估. 南京气象学院学报, 2012, 35(6): 658-663.
- [25] 施渊. 光伏并网发电系统选址及电能质量研究. 南京: 东南大学, 2016.
- [26] 陈浩, 石辉, 邓小亮. 光伏大规模发电并网对湖南电网运行影响分析. 湖南电力, 2018, 38(6): 5-7.
- [27] Griffith J S, Rathod N S, Paslaski J. Some tests of flat plate photovoltaic module cell temperatures in simulated field conditions. 15th IEEE Photovoltaic Specialists Conference, 1981: 822-830.

(上接43页)

- [3] Lorenz E N. Available potential energy and maintenance of the general circulation. Tellus, 1955, 7: 157-167.
- [4] 谢义炳. 能量天气分析、预报方法的现状和将来的可能发展. 气象科技资料, 1978, (2): 5-9.
- [5] 谢义炳. 湿斜压大气的天气动力学问题. 吉林: 吉林人民出版社, 1980: 1-15.
- [6] 丁一汇, 周秀骥. 创新育人 奉献——纪念谢义炳先生诞辰90周年. 气象学报, 2007, 65(5): 663-664.
- [7] 吴宝俊. 湿有效位能及其在暴雨分析和预报中的应用. 气象, 1982, 8(11): 4-7.
- [8] 吴宝俊, 蒋凤英. 有限区域湿有效位能收支方程. 气象学报, 1983, 41(3): 338-342.
- [9] 章国材, 吴宝俊. 有限区域湿有效能量的层结、斜压、正压分量及其收支方程. 大气科学, 1985, 9(4): 406-412.
- [10] 刘延英, 许晨海, 吴宝俊. 1990年京津冀三次暴雨的分析. 应用气象学报, 1993, 4(3): 349-355.
- [11] 刘延英, 钱玉英, 翟盘茂. 一个内陆台风的湿有效能量分析. 应用气象学报, 1995, 6(1): 63-69.
- [12] 刘延英, 仪清菊, 周丽, 等. 1991年江淮梅雨的湿有效能量分析. 气象学报, 1999, 57(6): 741-750.
- [13] 周海光, 刘延英, 刘蔚. 1998年广东省三次暴雨过程的湿有效能量分析. 应用气象学报, 2006, 17(1): 10-18.
- [14] 李任承, 林朝旭, 霍英等. 湿静力平衡温度及其在大气对流运动中的应用. 气象学报, 2014, 72(3): 614-627.
- [15] 邹丽丽, 谭桂容, 李任承, 等. 对流有效位能的本质和一种新的计算方法. 气象科技进展, 2017, 7(3): 7-15.
- [16] 丁一汇, 蔡则怡, 李吉顺. 中尺度对流系统的形成发展. 吉林: 吉林人民出版社, 1980: 69-80.
- [17] 丁一汇. 暴雨和中尺度气象学问题. 气象学报, 1994, 52(3): 274-283.
- [18] 丁一汇. 暴雨和强对流天气的发生和反馈作用. 北京: 气象出版社, 1986: 120-188.
- [19] 孙继松, 陶祖钰. 强对流天气分析与预报中若干基本问题. 气象, 1986, 38(2): 164-173.
- [20] 俞小鼎. 2012年7月21日北京特大暴雨成因分析. 气象, 2012, 38(11): 1313-1329.
- [21] 廖晓农, 倪允琪, 何娜, 等. 导致“7.21”特大暴雨过程中水汽异常充沛的天气尺度动力过程分析研究. 气象学报, 2013, 71: 997-1011.
- [22] 李云静, 张建春, 王捷纯, 等. 一次冷涡背景下强对流不稳定条件的成因分析. 气象, 2013, 39(2): 210-217.
- [23] 冉令坤, 齐彦斌, 郝寿昌. “7.21”暴雨过程动力因子分析和预报研究. 大气科学, 2014, 38(1): 83-100.
- [24] 王秀明, 俞小鼎, 周小刚. 中国东北龙卷研究: 环境特征分析. 气象学报, 2015, 73(3): 425-441.
- [25] 梁俊平, 张一平. 2013年8月河南三次西南气流型强对流天气分析. 气象, 2015, 41(11): 1328-1340.
- [26] 马旭林, 孙丽娜, 姜胜, 等. 一次江淮强暴雨过程的湿有效能量及其收支特征. 大气科学学报, 2015, 38(3): 289-298.
- [27] 刘璐, 冉令坤, 周玉淑, 等. 北京“7.21”暴雨的不稳定性及其触发机制分析. 大气科学, 2015, 39(3): 583-595.
- [28] 栗哈, 王新敏, 张霞, 等. 河南“7.19”豫北罕见特大暴雨降水特征及极端性分析. 气象, 2018, 44(9): 1136-1147.
- [29] 赵思雄, 孙建华, 鲁蓉, 等. “7.20”华北和北京大暴雨过程的分析. 气象, 2018, 44(3): 351-360.
- [30] 杨大升, 刘余滨, 刘式适. 动力气象学. 北京: 气象出版社, 1983: 95-96.
- [31] 李任承, 符长锋, 吴万素. 嫡的演化与暴雨形成和落区的探讨. 气象, 1995, 21(3): 11-16.